Prof. Dr. Alfred Toth

Kategoriale Spuren und Objektsabbildungen

1. Stark vereinfacht, könnte man sagen, die Theorie der kategorialen Spuren, oder kurz: semiotische Spurentheorie genannt, kehre in einem gewissen Sinne die semiotische Kategorietheorie um. Während es bei letzterer darum geht, auf Objekte zu verzichten und stattdessen Pfeile zu verwenden, handelt es sich bei ersterer darum, auf Pfeile zu verzichten und stattdessen Objekte zu verwenden – genauer allerdings: Objekte, welche Abbildungsspuren in sich tragen. Daher war es in Toth (2009b) möglich, die bekannte kleine semiotische Matrix als sogenannte semiotische Spurenmatrix zu notieren:

$$\begin{pmatrix} \varnothing_M & M_O & M_I & M_M \\ \varnothing_O & O_O & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_O & I_I & I_M \end{pmatrix}$$

Z.B. zeigt also das Spuren-Subzeichen M_O an, da die Abbildung von $M \rightarrow O$ („von M nach O“) dem M **inhäriert**. Nur unter Annahme dieser Inhärenz ist es sodann möglich, die theoretisch ebenfalls existierenden weiteren Spuren-Subzeichen M_M und M_I als Aberrationen zu betrachten. Und hier wird wohl bisher am klarsten der tiefgreifende Unterschied zwischen den simplen morphismischen Abbildungen $M \rightarrow M$, $M \rightarrow O$, $M \rightarrow I$ und den Spuren M_M, M_o und M_I deutlich: Es gibt keinerlei Kriterien, wieso eine der drei Abbildungen vor einer anderen bevorzugt wäre bzw. eine richtig und zwei falsch seien. Dagegen gibt es wegen des Inhärenzgesetztes der Spurentheorie klare Gründe dafür, dass zwei der drei obigen Spuren aberrant sind. Es ist ebenfalls wichtig, darauf hinzuweisen, dass die Spurentheorie auch nicht die Theorie der generativen Semiosen Benses ersetzen kann, denn obwohl z.B. (1.1) > (1.2) gilt, gilt auch (1.1) > (1.3), wenn auch “mit Zwischenstufe”. Letzteres ist aber spurentheoretisch ausgeschlossen.

2. Nach dem Gesagten würde man erwarten, dass die Benutzung der in Toth (2009a) eingeführten Objektsabbildungen die enorme Komplexität der Spurentheorie bereits im Bereich der Abbildungen von Primzeichen in

Subzeichendyaden massiv reduzierte. Das Gegenteil ist jedoch der Fall. Um dies zu verstehen, muss man sich nochmals vergegenwärtigen, dass eine Spur wie z.B.

M_I

ja ein Objekt zusammen mit der Abbildungsspur

$M \rightarrow I$

darstellt. Geht man nun von Zeichenklassen aus, haben wir jeweils drei solcher Spuren bzw. Objekte mit Abbildungsspuren, wobei die letzteren sich ausschliesslich auf die trichotomischen Stellenwerte beziehen (vgl. Toth 2009c). Wird also ein Morphismus konvertiert, d.h. der "Pfeil umgekehrt", so ändert sich für die Spur die Relation des Trägers der Spur sowie der Spur, d.h.

$M_I \rightarrow I_M$,

oder einfach ausgedrückt: Triade wird mit Trichotomie ausgetauscht, und vice versa.

3. Wenn wir als Beispiel den folgenden Ausschnitt von Objektabbildungen aus Toth 2009a) nehmen

$[3\rightarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\rightarrow3] \qquad \times[3\rightarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\rightarrow3] = [3\leftarrow1\ 1\leftarrow2\ 1\leftarrow3]$

$[3\rightarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\leftarrow3] \qquad \times[3\rightarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\leftarrow3] = [3\leftarrow1\ 1\leftarrow2\ 1\rightarrow3]$

$[3\rightarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\rightarrow3] \qquad \times[3\rightarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\rightarrow3] = [3\leftarrow1\ 1\rightarrow2\ 1\leftarrow3]$

$[3\leftarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\rightarrow3] \qquad \times[3\leftarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\rightarrow3] = [3\rightarrow1\ 1\leftarrow2\ 1\leftarrow3]$

$[3\rightarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\leftarrow3] \qquad \times[3\rightarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\leftarrow3] = [3\leftarrow1\ 1\rightarrow2\ 1\rightarrow3]$

$[3\leftarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\rightarrow3] \qquad \times[3\leftarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\rightarrow3] = [3\rightarrow1\ 1\rightarrow2\ 1\leftarrow3]$

$[3\leftarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\leftarrow3] \qquad \times[3\leftarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\leftarrow3] = [3\rightarrow1\ 1\leftarrow2\ 1\rightarrow3]$

$[3\leftarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\leftarrow3] \qquad \times[3\leftarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\leftarrow3] = [3\rightarrow1\ 1\rightarrow2\ 1\rightarrow3]$,

dann können wir diesen Ausschnitt wie folgt ein eineindeutiger Weise auf das entsprechende Spurensystem abbilden:

$[3_1\ 2_1\ 1_3]$	$\times[3_1\ 2_1\ 1_3]$	$=$	$[1_3\ 2_1\ 3_1]$
$[3_1\ 2_1\ 3_1]$	$\times[3_1\ 2_1\ 3_1]$	$=$	$[1_3\ 2_1\ 1_3]$
$[3_1\ 1_2\ 1_3]$	$\times[3_1\ 1_2\ 1_3]$	$=$	$[1_3\ 1_2\ 3_1]$
$[1_3\ 2_1\ 1_3]$	$\times[1_3\ 2_1\ 1_3]$	$=$	$[3_1\ 2_1\ 3_1]$
$[3_1\ 1_2\ 3_1]$	$\times[3_1\ 1_2\ 3_1]$	$=$	$[1_3\ 1_2\ 1_3]$
$[1_3\ 1_2\ 1_3]$	$\times[[1_3\ 1_2\ 1_3]$	$=$	$[3_1\ 1_2\ 3_1]$
$[1_3\ 2_1\ 3_1]$	$\times[1_3\ 2_1\ 3_1]$	$=$	$[3_1\ 2_1\ 1_3]$
$[1_3\ 1_2\ 1_3]$	$\times[1_3\ 1_2\ 1_3]$	$=$	$[3_1\ 1_2\ 1_3]$

Wie man sieht, ist also die Abbildung von Spuren auf Objektsabbildungen tatsächlich eineindeutig. Wenn wir nun noch das Verhältnis der Zeichenklassen-Spuren und der Realitätsthematik-Spuren anschauen:

$[3_1\ 2_1\ 1_3]$	$[1_3\ 2_1\ 3_1]$
$[3_1\ 2_1\ 3_1]$	$[1_3\ 2_1\ 1_3]$
$[3_1\ 1_2\ 1_3]$	$[1_3\ 1_2\ 3_1]$
$[1_3\ 2_1\ 1_3]$	$[3_1\ 2_1\ 3_1]$
$[3_1\ 1_2\ 3_1]$	$[1_3\ 1_2\ 1_3]$
$[1_3\ 1_2\ 1_3]$	$[3_1\ 1_2\ 3_1]$
$[1_3\ 2_1\ 3_1]$	$[3_1\ 2_1\ 1_3]$
$[1_3\ 1_2\ 1_3]$	$[3_1\ 1_2\ 1_3]$,

dann sind die Funktionen natürlich wieder bijektiv, aber es entsteht alles andere als ein symmetrischer Verband, sondern ein im Grunde konfuses Resultat, das weder aus der Theorie der generativen Abbildungen, noch aus der semiotischen Kategorietheorie hervorgeht und das natürlich, sozusagen e negativo, die semiotische Spurentheorie als "umgekehrte" Kategorientheorie ex post rechtfertigt.

Bibliographie

Toth, Alfred, Objektsabbildungen In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Objektsabb..pdf (2009a)

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009b)
Toth, Alfred, Nullzeichen und kategoriale Spur. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009c)

22.10.2009